RTLu IV (1999) 1, 55-74

Platone e la geometria dell'anima

Paolo Pagani
Facoltà di Teologia, Lugano

Nel settimo libro delle *Leggi*, Platone - per bocca dell'ospite Ateniese - traccia un *ordo studiorum* ideale, nel quale dovrebbe trovar posto anche un aspetto del sapere matematico che fa problema alla mentalità greca: lo studio dei rapporti incommensurabili[1].

---

[1] Ecco il brano in questione: «ATENIESE. E la lunghezza e la larghezza rispetto alla profondità, e la larghezza e la lunghezza fra di loro, non pensiamo di esse tutti noi Greci che sono commensurabili reciprocamente *(δυνατὰ μετρεῖσθαι πρὸς"ἄλληλα)*, in qualche modo? CLINIA: Senza dubbio. ATEN. E se invece ci sono dei casi in cui tale operazione è da ogni punto di vista assolutamente impossibile e, come dissi, tutti noi Greci pensiamo invece che sia possibile, non sarebbe giusto che vergognandomi per tutti loro, loro dicessi: "O voi che siete i migliori fra i Greci, non è forse questa una di quelle cose in relazione alle quali dicevamo risultare vergognoso il non sapere, mentre non è per nulla cosa meritevole il sapere quelle che sono necessarie?"... Ci sono poi altri fatti congiunti per genere a questi, in cui noi cadiamo in errore per più ragioni, in errori fratelli a quelli sopra esposti. CLIN. Quali sono? ATEN. I reciproci rapporti delle grandezze commensurabili e incommensurabili *(τὰ τῶν μετρητῶν τε καὶ ἀμέτρων πρὸς ἄλληλα)* e il fatto di sapere quale è la loro natura per cui essi sono tali... Io dico dunque, Clinia, che i giovani devono apprendere queste cose, e infatti non sono dannose né difficili e, apprese insieme al gioco, saranno di giovamento e per nulla di danno al nostro stato» (cfr. PLATONE, *Leggi*, VII, 820a-d; la traduzione italiana è di A. ZADRO, sul testo greco curato da J. BURNET). Che la considerazione dei rapporti incommensurabili - e

Con questo termine[2], la cultura matematica greca indica quei rapporti in cui, almeno una delle grandezze in gioco, deve avere un valore *irrazionale* - vale a dire, incalcolabile. Paradigma del rapporto incommensurabile è quello tra il lato e la diagonale del quadrato, che, nel caso del quadrato di lato unitario, è dato - per il teorema di Pitagora - da $1/\sqrt{2}$.

Ora, è verosimile che l'accenno di Platone alla importanza educativa dello studio dei rapporti incommensurabili contenga un riferimento implicito alla questione dell'uomo, e segnatamente al rapporto tra le dimensioni *(εἶδη)* dell'anima umana[3], così come sono introdotte dallo stesso Platone nel quarto libro della *Repubblica*. Reciprocamente incommensurabili sembrerebbero essere, infatti, la dimensione *razionale* e quella *concupiscibile* (o passionale) dell'anima - almeno, stando al modo in cui Platone le introduce criticamente -; anche se, nel caso dell'anima umana, sembra emergere la possibilità di individuare un elemento comune (quasi-omogeneo ad entrambi i fattori in gioco): l'elemento *irascibile* (o emozionale). Ma procediamo con ordine.

1. UNA DISTINZIONE INEVITABILE

Nel quarto libro della *Repubblica*, Platone introduce criticamente la distinzione tra un principio razionale ed uno passionale[4] nell'anima dell'uomo. E lo fa argomentando per assurdo. Citiamo prima i passaggi principali dell'argomentazione, e proviamo poi a schematizzarli. «È chiaro – secondo il Socrate platonico – che l'identico soggetto nel-

---

dei valori *irrazionali,* cioè incalcolabili, che ad essi danno luogo - fosse qualcosa di ostico per il senso comune degli antichi Greci, derivava da una eredità dell'antico pitagorismo. Infatti, i Pitagorici antichi - com'è noto - avevano sviluppato una teoria dei valori numerici che aveva posto solo per numeri interi e per frazioni. In particolare, era loro convinzione che vi fosse sempre un segmento tale da essere misura comune di altri due segmenti dati, ovvero che, dati due segmenti (o comunque due grandezze), se ne potesse in ogni caso trovare un terzo che fosse contenuto un numero intero di volte nell'uno e un numero intero di volte nell'altro. Essi pensavano, insomma - per restare al geometrico -, che due lunghezze avessero un rapporto reciproco sempre di natura razionale: esprimibile cioè con un rapporto tra numeri interi *(m/n)*. Infatti, se esiste XY, cioè il segmento comun divisore dei due segmenti dati AB e CD, si avrà: AB/CD = (AB/XY)/(CD/XY) = *m/n*. In tale ipotesi, anche il rapporto tra il lato e la diagonale del quadrato, essendo il rapporto tra due segmenti, dovrebbe essere un valore razionale - esprimibile cioè come rapporto tra due numeri interi. Invece, intorno al 430 a.C., fu proprio un pitagorico di nuova generazione - Ippaso di Metaponto - a scoprire che la diagonale del quadrato unitario ha un valore irrazionale, esprimibile, al limite, come quel numero il cui quadrato è 2 (da cui, quel rapporto tra incommensurabili, che oggi esprimiamo come: $1/\sqrt{2}$). È chiaro che la scoperta di questo, e di altri valori *irrazionali,* metteva in crisi il senso comune matematico greco, mostrando come «ci fossero più cose in cielo e in terra» di quante non ne prevedessero i *logoi* pitagorici.

2 «Le grandezze commensurabili *(σύμμετρα μεγέθη)*» - spiega Euclide nella definizione 1 del libro X degli *Elementi* - sono quelle «misurate da una stessa misura», mentre «incommensurabili» *(ἀσύμμετρα)* sono «quelle di cui non può esistere nessuna misura comune» (cfr. EUCLIDE, *Gli elementi*, a cura di A. FRAJESE-L. MACCIONI, tr. it. condotta sull'ed. Heiberg, UTET, Torino 1970).

3 Cfr. PLATONE, *Repubblica*, IV, 435c (testo greco a cura di E. CHAMBRY - A. DIÈS). La distinzione dei tre aspetti dell'anima umana, Platone la eredita da una tradizione forse di origine pitagorica (cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, tr. it. di M. CORSI, La Nuova Italia, Firenze 1976, pp. 437-439). Egli però intende riprendere criticamente questa eredità (cfr. PLATONE, *Repubblica*, IV, 435c-d) - come ora cercheremo di documentare.

4 Potremmo anche dire *pulsionale.*

l'identico rapporto e rispetto all'identico oggetto non potrà insieme fare o patire cose contraddittorie. Sicché, se per caso scoprissimo che in quei principi si verificano questi fatti, sapremmo che non erano il medesimo principio, ma più principi diversi».[5] Nell'uomo, però, accade proprio che la tendenza che lo spinge a soddisfare un bisogno si trovi ad essere contrastata da una forza interiore opposta, che frena il soddisfacimento.[6] Dunque, nell'uomo sono compresenti due fattori - uno *razionale (λογιστικόν)* e uno *passionale (ἐπιθυμητικόν)* -, che, proprio in quanto capaci di opporsi reciprocamente, risultano tra loro inconfondibili[7] («perché, come s'è detto, l'identico non può effettuare nel medesimo tempo azioni opposte con la stessa sua parte e rispetto all'identico»[8]).

La forma esteriore dell'argomento, è quella del *modus ponens:* a) se nell'anima dell'uomo ci sono tendenze opposte circa la medesima azione possibile, allora queste tendenze mettono capo a principi tra loro diversi; b) ma, nell'anima dell'uomo sono riscontrabili tendenze opposte circa la medesima azione possibile; c) dunque, queste mettono capo a principi diversi tra loro (il razionale e il passionale), che convivono nell'anima dell'uomo.

Ma se lo schema argomentativo è quello ora ricostruito, è chiaro che il cuore dell'argomentazione sta nella premessa maggiore, e cioè nella consequenzialità, lì stabilita, tra il principio di non contraddizione *pratico* (per cui il medesimo non fa - o non subisce - insieme i contraddittori[9]), e la presenza nell'anima dell'uomo di principi diversi come soggetto di eventuali tendenze tra loro contraddittorie. Ora, la consequenzialità in questione è esplicitamente legata alla necessità di evitare contraddizione: la contraddizione che si avrebbe se si attribuissero al medesimo soggetto tendenze tra loro contraddittorie (a fare e insieme a non fare *x).*

Si può dire, allora, che la maggiore del *modus ponens* è, a sua volta, costituita da una argomentazione per assurdo, che potremmo schematizzare così:

A) negare che nell'anima dell'uomo siano presenti più principi, signfica attribuire al medesimo principio eventuali tendenze in contraddizione tra loro;

B) senonché, attribuire al medesimo principio tendenze in contraddizione tra loro significa far entrare la contraddizione nella attività del principio in questione, e quindi negare - contro l'ipotesi - ogni capacità attiva all'anima dell'uomo;

C) di conseguenza, occorre riconoscere che nell'anima dell'uomo sono presenti più principi - nell'ipotesi, naturalmente, che vi siano tendenze capaci di opporsi circa il medesimo.

In questa argomentazione per assurdo, a sua volta, il punto decisivo è il B, dove l'attribuzione al medesimo di appetizioni tra loro inconciliabili, fa di quel medesimo il soggetto di una autocontraddizione: quella che consisterebbe nel tendere insieme a

---

[5] Cfr. PLATONE, *Repubblica,* IV, 436b.

[6] «"E non ci sono alcuni che talora hanno sete ma non vogliono bere?" "Molti, anzi, e spesso"» (cfr. *Ivi,* 439c).

[7] Cfr. *Ivi,* 439d.

[8] Cfr. *Ivi,* 439b.

[9] Ovvero, gli opposti in relazione al medesimo.

x e a non-*x*. Situazione che equivale al tendere a niente, e dunque al non tendere *simpliciter:* per questo già si accennava al fatto che la contraddizione in gioco avrebbe come risultato quello di negare ogni capacità attiva all'anima dell'uomo.

L'esempio di tendenze tra loro contraddittorie che Platone ci offre, riguarda il soddisfare o meno la sete. «L'anima di chi ha sete, in quanto ha sete, non desidera altro che bere e tende e mira a questo... Ebbene, se, quando ha sete, c'è qualche altra cosa che la tira in senso opposto, non ci sarà in lei un elemento diverso da quello che ha sete e che, come una bestia, la spinge a bere? Perché, come s'è detto, l'identico non può effettuare insieme azioni opposte con la stessa sua parte e rispetto all'identico... Ora, possiamo dire che ci sono persone che, per quanto assetate, non vogliono bere? E quello che così vieta, quando sorge, non sorge dalla ragione? E gli impulsi e le attrazioni non sono dovuti a passioni e sofferenze?... Non avremo torto, dunque, a giudicare che si tratti di due elementi tra loro diversi: l'uno, quello con cui l'anima ragiona, lo chiameremo il suo elemento razionale *(τὸ λογιστικόν);* l'altro, quello che le fa provare amore, fame, sete..., irrazionale e passionale *(τὸ ἀλογιστόν τε καί ἐπιθυμητικόν)*».[10]

Non è difficile ipotizzare che Platone ritenga i due principi interiori così individuati, come tra loro incommensurabili: nel senso che l'uno sarebbe incapace di intervenire direttamente sull'altro. Piuttosto, sembra che il rapporto tra i due principi sia - per Platone - di tipo estrinseco. Essi infatti non parlano una lingua comune, come ben si evince da quei passi del *Timeo* in cui viene ripresa la distinzione della *Repubblica*: perciò non possono moderarsi reciprocamente; e anche l'intervento del *λογιστικόν* sull'*ἐπιθυμητικόν* non va inteso tanto come moderatore, quanto come un intervento limitatore od oppositore. Nel *Timeo*, appunto, parlando dell'*ἐπιθυμητικόν* Platone dice che esso «non avrebbe mai potuto comprendere la ragione *(λόγου οὔτε συνήσειν)*».[11] E aggiunge che il pensiero razionale *(διάνοια)* deve cercare con quello un contatto di tipo mediato, «non volendo né muovere né venire a contatto con la natura contraria alla propria *(ἡ ἐναντία ἑαυτῇ φύσις)* quale «non partecipa della ragione e della prudenza».[12]

2. IL PARADIGMA DEGLI INCOMMENSURABILI

Ma gli incommensurabili paradigmatici sono, ovviamente, quelli matematici: del resto, l'incommensurabilità è una figura propriamente matematica, che solo in

---

[10] Cfr. PLATONE, *Repubblica,* IV, 439a-d.

[11] «E se anche ne avesse sentito qualche influsso, non sarebbe mai stato nella sua natura di curarsene» (cfr. PLATONE, *Timeo,* 71a; testo greco a cura di A. DIÈS).

[12] Cfr. *Ivi,* 71c-d.

senso analogico può essere applicata al caso dell'uomo.[13] E Platone, in un noto passo del *Teeteto* (cfr. 147d-148b), ci dà un saggio della sua conoscenza[14] di valori irrazionali, cioè non commensurabili con l'unità. In particolare, Teeteto nel dialogo con Socrate indica un criterio per individuare gli irrazionali: sono irrazionali i lati *(δυνάμεις)* quadrati aventi quei valori di superficie che non si ottengono dalla moltiplicazione per se stessi di numeri razionali.[15]

Teeteto poi divide i numeri in due grandi categorie: quelli idealmente rappresentabili con il *quadrato,* cioè quelli che corrispondono ad un quadrato perfetto (ovvero al quadrato di un valore commensurabile con l'unità); e quelli idealmente rappresentabili con il *rettangolo,* cioè quelli che derivano necessariamente dalla moltiplicazione di due fattori diseguali. I primi vengono chiamati *lunghezze (μῆκη);* i secondi *potenze (δυνάμεις):* la differenza specifica di questi ultimi stando nel fatto che, «in misura lineare, non sono commensurabili alle lunghezze, ma nel valore della superficie quadrata che possono formare, sì».[16]

Ma il tema dell'incommensurabile matematico è presente anche in altri passi dell'opera platonica. Ne è attento indagatore il Taylor. Questi vede nel celebre passo geometrico del *Menone*, un accenno significativo al metodo per ricavare il valore della dia-

---

[13] Del resto, per Platone è normale assimilare il discorso sulle realtà geometriche al discorso sulle realtà umane. Si pensi solo al celebre caso del *Menone*, in cui la possibilità di interrogarsi intorno alla virtù, viene introdotta dal celebre esperimento maieutico relativo proprio al teorema di Pitagora. È interessante osservare, in proposito, che anche nel caso del *Menone* il problema matematico proposto da Socrate investe il rapporto paradigmatico della incommensurabilità: quello tra lato e diagonale del quadrato. Infatti, la possibilità di costruire un quadrato di area doppia a quella di un quadrato dato, risulta legata alla costruzione di un quadrato sulla diagonale del quadrato dato; mentre tutte le proposte - fatte dallo schiavo di Menone - di costruire quadrati di lato commensurabile con quello del quadrato dato, risultano inadeguate allo scopo (cfr. PLATONE, *Menone*, 82b-85b). Un altro esempio che si può portare in proposito, è quello di un curioso passo del *Politico*, dove addirittura, con un gioco di parole - per cui δύναμις vuol dire a un tratto *potenza matematica*, a un tratto *capacità* -, Platone collega il modo di camminare dei bipedi alla «linea diagonale che è in potenza due piedi»; e il modo di camminare dei quadrupedi alla «diagonale della diagonale». Ora, la prima è chiaramente la diagonale del quadrato unitario ($\sqrt{2}$), sulla quale si costruisce il quadrato di superficie 2; la seconda è invece la diagonale (2) del quadrato di superficie 2, sulla quale si costruisce il quadrato di superficie 4 (cfr. PLATONE, *Politico*, 266a-b - tr. it. di A. Zadro, sul testo greco di J. Burnet).

[14] O meglio, della conoscenza interna all'Accademia.

[15] È questo il caso - per stare agli esempi citati da Teeteto - di superfici di valore 3, 5, 6, 7, 17.

[16] Cfr. PLATONE, *Teeteto*, 148b (testo greco di A. Diès). Se valori come $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$ non hanno alcuna misura comune, invece un'area di 3 mq e una di 5 mq ce l'hanno, e consiste nell'area di 1 mq. Come spiega Taylor: «questo è il motivo per cui le linee della seconda classe sono chiamate *potenze;* esse non sono misurabili l'una con l'altra, ma le loro *seconde potenze* lo sono» (cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, p. 505). Com'è noto, la versione sistematica della teoria di Teeteto (e di Teodoro di Cirene) ci è offerta dal teorema 9 del libro X degli *Elementi* di Euclide: «Dice infatti la X,9 di Euclide che due linee sono commensurabili (in lunghezza: cioè nel senso nostro ordinario) quando, e solo quando, i quadrati (geometrici) costruiti su di esse stanno tra loro come un numero quadrato sta ad un numero quadrato. Basta considerare come seconda linea del confronto l'unità di misura delle lunghezze perché i due metodi vengano, per dir così, estremamente ravvicinati. Così per esempio, il Teeteto platonico riconoscerebbe l'irrazionalità della radice quadrata di 2 dal fatto che 2 non è un numero quadrato, mentre il Teeteto euclideo riconoscerebbe l'incommensurabilità della diagonale e del lato di ogni quadrato (ciò che è lo stesso), dal fatto che i quadrati costruiti sui due segmenti stanno tra loro come 2 a 1, e quindi non come un numero quadrato a un numero quadrato» (cfr. A. FRAJESE, *Commento alla proposizione X,9,* in EUCLIDE, *Gli elementi*, p. 615).

gonale del quadrato unitario:[17] un metodo cui Platone farebbe riferimento anche in un controverso passo del libro VIII della *Repubblica* (cfr. 546b-c). In realtà, qui Platone parla di alcuni criteri per costruire valori numerici di significato cosmologico[18], ma non sembra alludere con sufficiente chiarezza - come Taylor vorrebbe[19] - alla sequenza convergente di *πλευρικοὶ καὶ διαμετρικοὶ ἀριθμοί*, grazie alla quale Teone di Smirne e Proclo sapevano individuare il valore della diagonale del quadrato unitario.[20] Tuttavia, Teone considerava esplicitamente la sequenza ora indicata, come una delle conoscenze matematiche utili per la comprensione del pensiero platonico.[21]

---

[17] Nel citato passo del *Menone* si tratta di ottenere la lunghezza il cui quadrato dia il doppio della superficie del quadrato dato. Tale lunghezza non sarà quella doppia del lato del quadrato di partenza, ma neppure sarà quella lunga una volta e mezza la lunghezza di partenza. Osserva in proposito Taylor: «La lunghezza della linea che si cerca dev'essere maggiore di quella della linea originaria, ma minore della linea lunga una volta e mezzo quella originaria ($\sqrt{2} > 1 < 3/2$)». E aggiunge: «Per esprimerci in termini aritmetici, quel che è stato dimostrato è che la $\sqrt{2}$ sta tra 1 e 1,5. Nel famoso passo della *Repubblica,* 546b ss risulta chiaro che Socrate, in realtà, conosce assai bene come costruire l'intera serie delle frazioni che formano *le successive convergenti* su $\sqrt{2}$. Qui però gli basta considerare la *seconda convergente* 3/2 e mostrare che è una approssimazione per eccesso» (cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, p. 216).

[18] «Ora, mentre per la creatura divina esiste un periodo espresso da un numero perfetto, per quella umana ne esiste uno espresso da quel numero in cui per primo accrescimenti di radici e di potenze (*αὐξήσεις δυνάμεναί τε καὶ δυναστευόμεναι),* comprendenti tre distanze e quattro termini di quantità assimilanti e disassimilanti, crescenti e decrescenti, fanno apparire tutte le cose tra loro commensurabili e razionali (*προσήγορα καὶ ῥητά).* La loro base epitrita unita con il numero cinque, tre volte accresciuta, dà luogo a due armonie: l'una costituita dal prodotto di numeri uguali, cento per cento; l'altra eguale in un senso, ma oblunga, costituita cioè da cento quadrati di diagonali di cinque (diminuiti ciascuno di un'unità se le diagonali sono razionali *(ῥητῶν),* di due se sono irrazionali (*ἀρρήτων*) e da cento cubi di tre».

[19] Cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, pp. 216.788-789. In questo, Taylor è seguito da P. Zellini nel suo bel libro sull'infinito (cfr. P. ZELLINI, *Breve storia dell'infinito*, Milano 1989, pp. 61-62).

[20] Per convincersene più criticamente, si può consultare un autorevole saggio dedicato proprio all'interpretazione del passo platonico in questione: J. DUPUIS, *Le nombre géométrique de Platon*, in THEON DE SMYRNE, *Exposition des connaissances utiles pour la lecture de Platon*, a cura di J. DUPUIS, Bruxelles 1966, pp. 365-400.

[21] Si tratta della sequenza, di origine pitagorica, volta ad esprimere razionalmente la diagonale del quadrato. Essa è fondata su una *ragione generatrice (λόγος σπερματικός)* che proviamo a ricostruire come segue. Ogni valore della sequenza viene espresso come rapporto razionale tra un numeratore (detto *numero diagonale* = *d)* e un denominatore (detto *numero lato* = *l);* pertanto, posto convenzionalmente il primo valore della serie come ($d_1 = 1$) / ($l_1 = 1$), segue che un generico valore successivo sarà costruibile così: ($d_n = 2l_{n-1} + d_{n-1}$) / ($l_n = l_{n-1} + d_{n-1}$). A Teone interessa rilevare che i rispettivi numeri *lato* e *diagonale* sono tali che $d^2 = 2l^2$ -/+ 1; il che significa che i valori che corrispondono a d/l - cioè le frazioni i cui numeratori e denominatori inverano l'equazione precedente - sono approssimazioni razionali, alternativamente per difetto e per eccesso, del valore $d^2 = 2l^2$ (Cfr. THEON DE SMYRNE, *Exposition,* p. XXXI). Una versione geometrica del metodo di costruzione della sequenza di *numeri lati e diagonali* ora ricostruita, si trova nel teorema II,9 di Euclide che dice: «Se si divide una linea retta [AB] in parti uguali [AC = CB] e disuguali [AD, DB] la somma dei quadrati delle parti disuguali [AD2 + $DB^2 = M^2 + m^2$] è il doppio della somma del quadrato della metà della retta [$AC^2 = N^2$] e del quadrato della parte compresa fra i punti di divisione $CD^2 = n^2$". Ora, qui si pongono in relazione tra loro quattro grandezze ($m < M$, $n < N$), in modo tale che valga: M = AD = AC + CD = CB + CD = DB + 2CD = $m + 2n$; N = AC = CB = DB + CD = $m + n$. Si ha così una piena corrispondenza con la sequenza che abbiamo ricavato da Teone, dove ogni *numero diagonale* (qui, *M)* equivaleva al precedente numero diagonale sommato al doppio del precedente numero lato (qui, $m + 2n$), e ogni *numero lato* (qui, *N)* equivaleva al precedente numero diagonale sommato al precedente numero lato (qui, $m + n$) (cfr. A. FRAJESE, *Commento a II,9*, in EUCLIDE, *Gli elementi*, pp. 181-182). La formula ricorsiva che abbiamo indagato, si trova anche in PROCLO, *In Platonis Rempublicam commentarii*, a cura di G. KROLL, Lipsia 1901, vol. II, ΚΓ. Qui, l'invenzione dei numeri *lati e diagonali* è fatta risalire ai Pitagorici, ma la sua conoscenza è attribuita anche a Platone.

Si tratta di una sequenza di valori, alternativamente minori e maggiori di √2, e tali che ognuno di essi differisce dal limite di convergenza - appunto √2 - di una quantità minore del precedente.[22] Quanto al testo platonico, esso presenta piuttosto dei semplici accenni che sembrano rivelare, però, come l'autore abbia familiarità con tale sequenza: si pensi a quelle «quantità crescenti e decrescenti» cui si accenna in 546b, e che avrebbero il potere - stando al testo - di esprimere in termini razionali anche l'irrazionale.[23]

In realtà, una autentica presa sull'irrazionale in quanto tale, e non solo su sue forme specifiche, richiede il ricorso esplicito alla figura dell'infinito, come ben si evince dal teorema 2 del libro X di Euclide[24] - la cui l'impronta accademica è difficilmente negabile. Qui, infatti, viene introdotto un criterio definitorio dell'incommensurabile - e quindi dell'irrazionale -, che è di carattere generale, e che mette capo all'infinità della «diade di grande e piccolo». Più tecnicamente, questo teorema applica la proposizione del «massimo comune divisore» (cfr. *Elementi*, VII,2) alle grandezze lineari, stabilendo che anche tra quelle è possibile trovarne che siano - *mutatis mutandis* - «prime tra loro», cioè prive di una comune unità di misura: e questo, nel caso in cui l'operazione progettata - di riportare quante volte possibile la grandezza minore sulla maggiore, il resto sulla minore, il secondo resto sul primo resto, e così via - non dovesse aver termine. L'inesauribilità della progressiva sottrazione, viene poi a significare che tra due punti di una retta è sempre possibile inserire almeno un punto intermedio: ogni segmento di retta, cioè, contiene infiniti punti; i quali, stando in numero infinito in una lunghezza finita, dovranno dunque essere privi di una lunghezza propria.[25]

Il procedimento di sottrazione progressiva del meno dal più (*ἀνθυφαίρεσις*), può essere naturalmente applicato anche al caso specifico del lato e della diagonale del quadrato; e, anche qui, si avrà che la sottrazione non può giungere ad un termine

[22] In riferimento al binomio *ἡμιόλιος* (1 + 1/2), la si può rappresentare, nel modo più semplice, così: 1; 1 + 1/2; 1 + 1/(2 + 1/2); 1 + 1/[2 + 1/(2 + 1/2)]; ecc. «Continuando nel procedimento - afferma Taylor - riusciamo ad ottenere una frazione a/b tale che a^2/b^2 differisce da 2 meno di qualsiasi grandezza che le si voglia attribuire. È quello che intendiamo quando diciamo che √2 è il valore limite» verso cui converge la sequenza in questione (cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, p. 788).

[23] *πάντα προσήγορα καὶ ῥητὰ πρὸς ἄλληλα ἀπέφηναν* (cfr. PLATONE, *Repubblica*, VIII, 546b-c). Secondo Attilio Frajese, anche l'espressione *diagonali razionali* - usata in questo brano platonico - alluderebbe ai valori (razionali) dei *numeri diagonali* che entrano nella nota sequenza che ha come limite √2 (cfr. A. FRAJESE, *Platone e la matematica nel mondo antico*, Studium, Roma 1963, pp. 145-150). Su questo, cfr. anche: I. TOTH, *Aristotele e i fondamenti assiomatici della geometria*, Vita e e Pensiero, Milano 1997, p. 392.

[24] X,2: «Se di due grandezze diseguali veniamo a sottrarre, sempre e vicendevolmente, la minore dalla maggiore, e quella restante non misura mai la grandezza ad essa precedente, le grandezze saranno incommensurabili» (cfr. EUCLIDE, *Gli elementi*).

[25] Su questo, cfr. A. FRAJESE, *Commento a X,2*, in EUCLIDE, *Gli elementi*, p. 599.

(di commensurabilità) - a meno di introdurre un minimo (puntuale) di lunghezza.[26] Secondo un autorevole interprete degli *Elementi*, ciò configurerebbe una *petitio principii*, in quanto la posizione del punto inesteso, che può essere intesa come una conseguenza della scoperta della incommensurabilità di lato e diagonale del quadrato, d'altra parte ne sarebbe - almeno stando alla dimostrazione ora accennata - anche un presupposto essenziale.[27] In realtà, si potrebbe articolare il quadro in modo più ampio, rilevando quanto segue.

1) Il valore-limite della diagonale del quadrato è già individuabile grazie al teorema di Pitagora.[28]

2) L'irrazionalità di tale valore è questione che può essere stabilita - senza petizioni di principio - tramite la dimostrazione per assurdo (aristotelica) di cui si darà conto nel prossimo paragrafo.[29]

3) L'inestensione del punto può dunque essere introdotta come un corollario dei due teoremi precedenti (che non ne fanno però viziosamente uso): lo vedremo meglio nel paragrafo che segue, ma già fin d'ora possiamo infatti intuire che l'eventuale estensione del punto - costituendo una sorta di mediatore universale - andrebbe a confliggere con l'incommensurabilità di lato e diagonale (e quindi con l'accertata irrazionalità di uno dei due).

3. La questione di un Medio

È opportuno collegare a ciò che stiamo dicendo, quanto ci testimonia Aristotele nel primo libro della *Metafisica* circa la concezione platonica del "punto" *(στιγμή)*. «Platone contestava l'esistenza di questo genere di enti, pensando che si trattasse di una pura nozio-

---

[26] Si procederà come segue. Se ABCD è il quadrato, si riporta il lato AB sulla diagonale AC, ottenendo come resto EC (in termini algebrici: $\sqrt{2} - 1 = r$). Poi si riporta EC sul lato BC; ma, essendo EC = EF = BF, EC è già riportato su BC tramite BF, che genera il residuo FC (in termini algebrici: $1 - r = r'$). Si tratterà ora di riportare EC su CF, e stabilire la differenza tra i due (in termini algebrici: $r' - r = r''$). Ma, essendo CF la diagonale del quadrato EFHC di cui EC è lato, ciò equivarrà di nuovo a riportare il lato sulla diagonale di un quadrato: per questo si può dire che il procedimento riproporrà all'infinito analoghi passaggi su grandezze sempre più piccole. «Ma il procedimento richiede che quei quadrati si possano andar impiccolendo sempre più, senza mai arrivare ad un ultimo quadrato: richiede cioè, che tra due punti (come B, C) di una retta si possa inserire sempre un punto intermedio (come F), cioè, in ultima analisi, richiede che la retta venga concepita come contenente infiniti punti privi di dimensioni» (cfr. A. FRAJESE, *Commento a X,2,* in EUCLIDE, *Gli elementi*, p. 599). Nel linguaggio che è proprio del libro X degli *Elementi*, si può dire che EC sia un'*apotome* - cioè la differenza tra due linee commensurabili solo in potenza - ; e che, in generale, la sottrazione progressiva sopra prospettata, sia una sottrazione tra apotomi.

[27] *Petitio* che, a sua volta, spiegherebbe come mai - né negli *Elementi* né altrove - si sia pensato di fondare, appunto, l'incommensurabilità paradigmatica, sul teorema X,2 (cfr. *Ivi*, pp. 599-600).

[28] Occorre tener presente il ruolo di perno che il teorema di Pitagora svolge nella matematica degli *Elementi* - il cui scopo fondamentale era verosimilmente quello di dare ad un così autorevole teorema, la fondazione più completa (cfr. H.G. ZEUTHEN, *Théorème de Pythagore, origine de la géométrie scientifique*, Ginevra 1904).

[29] Cfr. nota 33.

ne geometrica» - scrive Aristotele[30]. In altri termini, Platone associava la scienza dell'irrazionale alla esclusione del punto come minimo di estensione (o di volume) - con ciò preparando la definizione euclidea del punto (σημεῖον) come «ciò che non ha parti».[31]

A ben vedere, un punto inteso come un minimo di estensione, sarebbe esattamente l'ipotesi in grado di rendere reciprocamente commensurabili tutte le lunghezze, ivi comprese quella del lato e della diagonale del quadrato. Infatti, se AB è il lato del quadrato, AC la diagonale e d è la ipotetica lunghezza di un punto, allora si potrà indicare con m il numero di punti contenuto in AB (essendo $AB/d = m$). Nel qual caso, m sarebbe un numero positivo e finito, essendo valori positivi e finiti sia AB che d - non solo, ma m sarebbe anche un numero intero, perché i punti sarebbero per ipotesi componenti reali di AB, tali da occupare quest'ultimo senza residui e senza mezzi termini.[32] Per analoghe ragioni, si potrà indicare con n il numero di punti di AC (essendo $AC/d = n$); dove n, per le note ragioni, sarebbe un numero positivo, finito, intero. Dunque, la misura comune tra AB e AC potrebbe essere data appunto da d, cioè dal minimo di lunghezza costituito da un solo punto esteso. In tal caso, per il teorema X,6 di Euclide («se due grandezze hanno fra loro il rapporto che un numero ha con un numero, le grandezze saranno commensurabili») avremmo: $AB/AC = (AB/d)/(AC/d) = m/n$. In altri termini, il rapporto tra lato e diagonale del quadrato sarebbe un rapporto tra due numeri interi, cioè un rapporto razionale.

D'altra parte sappiamo - dal teorema di Pitagora - che $AB/AC = 1/\sqrt{2}$; e sappiamo - da una dimostrazione che Aristotele e Alessandro di Afrodisia hanno contribuito a formalizzare - che $\sqrt{2}$ è un valore irrazionale[33] (e dunque, complessivamente, che è irrazio-

---

[30] «Egli chiamava i punti "principio della linea", e spesso anche usava l'espressione "linee indivisibili"» (cfr. ARISTOTELE, *Metafisica*, A, 992a 20-22 - testo greco e tr. it. di G. REALE). Quest'ultima espressione - *linea indivisibile* - va probabilmente letta nel senso che la linea non può essere divisa in elementi che non siano essi stessi linee: essa è cioè un *continuum* (cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, p. 782).

[31] Definizione comunemente intesa proprio nel senso che il punto euclideo non avrebbe estensione alcuna (cfr. EUCLIDE, *Gli elementi*, libro I, def. 1).

[32] Infatti, il punto resterebbe comunque punto - e perciò indivisibile. In caso contrario, non sarebbe più punto (sia pure esteso), bensì segmento.

[33] La storia di questa formalizzazione potrebbe essere oggetto di una trattazione a se stante. Per questo ci limitiamo a citarne i luoghi fondamentali. La sua introduzione ufficiale si ha in: ARISTOTELE, *Analitici Primi*, I, 41a 27-30 (testo greco a cura di D. ROSS). Qui, lo Stagirita offre, come esempio di dimostrazione per assurdo, «la prova che stabilisce l'incommensurabilità della diagonale (del quadrato), fondandosi sul fatto che quando viene supposta la sua commensurabilità, i numeri dispari risultano uguali ai pari». Un esplicito svolgimento della prova si trova nella *appendix ad libr. X, prop.27*, degli *Elementi* di Euclide (cfr. ed. Heiberg-Stamatis); ma trova la sua formulazione più completa in: ALESSANDRO DI AFRODISIA, *In Analyticorum Priorum*, 260,9-261,28 (testo greco a cura di M. WALLIES). Alessandro - che fa costante riferimento piuttosto ai libri VIII e X degli *Elementi* - svolge una dimostrazione che si può provare a sintetizzare come segue. 1. Si consideri il quadrato ABCD, e si supponga che la diagonale AC sia commensurabile rispetto al lato AB (assunzione per assurdo). 2. Allora il rapporto AC/AB sarà esprimibile da un rapporto di numeri interi primi tra loro: p e q (per definizione di rapporto razionale). 3. Ora, anche p^2 e q^2 saranno primi tra loro (per *Elementi*, VII,27). 4. D'altra parte, il quadrato di AC è il doppio del quadrato di AB: $p^2 = 2q^2$ (per il teorema di Pitagora). 5. Dunque, $p2$ è pari (il doppio di un numero intero è pari). 6.

nale il loro rapporto). Per evitare contraddizione, si giunge allora alla conclusione che il punto non ha estensione: si ottiene cioè quella definizione che - evidentemente non a caso - Euclide mette in cima agli *Elementi*. È notevole il fatto che l'argomentazione per assurdo ora accennata, e trattata nella nostra nota 33, sia presente - almeno *in nuce* - nei teoremi dal 5 all'8 del libro X degli *Elementi*[34]: un libro i cui contenuti sono tradizionalmente attribuiti a Teeteto, e dovevano essere perciò patrimonio anche di un grande amico di Teeteto, qual era Platone.

Così - come già sappiamo -, doveva esser ben presente a Platone la solidarietà che c'è tra incommensurabilità della diagonale e del lato del quadrato, da una parte, e inestensione del punto, dall'altra. Una solidarietà, questa, che potrebbe venir sviluppata secondo una sequenza più articolata, tale da qualificare un certo assetto del piano geometrico: il V postulato del libro I degli *Elementi* porta ad una certa dimostrazione del teorema di Pitagora[35], il teorema di Pitagora porta alla incommensurabilità di lato e diagonale del quadrato, e quest'ultima rende necessaria l'introduzione del punto inesteso. In generale, doveva essere ben presente a Platone la concepibilità di situazioni geometriche che, convenzionalmente, potremmo chiamare non-euclidee: situazioni ipotetiche nelle quali almeno qualche elemento della sequenza ora indicata non sia rispettato, senza però che ciò comporti danno apprezzabile per la consistenza dell'ipotesi.

Secondo Imre Toth, una tipica situazione *non-euclidea* considerata da Platone sarebbe quella, assai rilevante, del quadrato massimale, avente ad ogni vertice un angolo piatto. L'accenno platonico - poi ampiamente raccolto da Aristotele[36] - sarebbe contenuto nel *Timeo*[37], e potrebbe venir graficamente tradotto, sia pure in modo

D'altra parte, q è pari (la metà di un numero quadrato pari, è pari). 7. Allora anche q^2 è pari (il quadrato di un numero pari, è pari). 8. Senonché, p^2 e q^2 sono primi tra loro, dunque non possono essere entrambi pari (dal passo 3 e dal fatto che due numeri pari hanno almeno come comune divisore il 2). 9. Eppure si è dimostrato che entrambi sono pari (dai passi 5 e 7). 10. Così si ha contraddizione (dal confronto dei passi 8 e 9). 11. Ergo, risulta negata la commensurabilità del rapporto, e affermata l'incommensurabilità (per i principi di non contraddizione e del terzo escluso). Una versione della prova di Aristotele-Alessandro, organizzata secondo i criteri della derivazione logico-formale contemporanea, si può trovare in: R. TRUDEAU, *The non-Euclidean Revolution*, Boston 1987, cap. 1. Non a caso Aristotele (cfr. *Analitici Primi*, II, 65b 17-21) contrapponeva, come autentica, la prova della irrazionalità della diagonale da lui proposta, ad un'altra prova - rifacentesi alle dicotomie zenoniane -, da lui considerata inautentica. In particolare, egli contestava quest'ultima prova - che potremmo far coincidere con quella da noi indicata alla nota 26 -, in quanto caso di *non propter hoc* (o di impertinenza logica). La posizione dell'incommensurabilità della diagonale, insomma, non deriverebbe dal procedere all'infinito delle misurazioni tra apotomi del quadrato - semmai ne sarebbe il presupposto logico. In tal modo, Aristotele appare consapevole della possibilità di incorrere nella *petitio principii* di cui alla nota 27, ma consapevole anche della possibilità di evitarla.

34 Ecco gli enunciati di questo *quadrilatero* euclideo. X,5: «Le grandezze commensurabili hanno fra loro il rapporto che un numero ha con un numero». X,6: «Se due grandezze hanno fra loro il rapporto che un numero ha con un numero, le grandezze saranno commensurabili». X,7: «Le grandezze incommensurabili non hanno fra loro il rapporto che un numero ha con un numero». X,8: «Se due grandezze non hanno fra loro il rapporto che un numero ha con un numero, le grandezze saranno incommensurabili» (cfr. EUCLIDE, *Gli elementi*).

35 Come teorema I,47.

36 Cfr., ad esempio, *Etica Eudemia*, 1222b 36.

37 «La seconda specie nasce dai medesimi triangoli, quando però formano otto triangoli equilateri e questi formano un unico angolo solido composto di quattro angoli piani (*μίαν στερεὰν γωνίαν ἐκ τεττάρων ἐπιπέδων*)» (cfr. PLATONE, *Timeo*, 55a).

approssimativo, con un segmento avente come estremi A e C – cioè due vertici in diagonale –, e come punto intermedio B/D, cioè un punto corrispondente agli altri due vertici in diagonale. Ora, un simile quadrato (che potremmo provare a chiamare A-B/D-C) avrebbe la diagonale commensurabile col lato[38], e il valore della sua diagonale risulterebbe diverso da quello previsto dal teorema di Pitagora.[39]

Tutto questo, per dire che gli incommensurabili geometrici sono riconducibili a comune misura solo nel caso in cui venga mutato il quadro delle premesse in cui essi si collocano. Se però questo è ammissibile in un discorso geometrico di tipo esplicitamente assiomatico – e lo è già per il matematico Platone, se seguiamo i brillanti addentramenti di Toth[40] –, non lo è più se si parla dell'uomo, e se gli incommensurabili in questione sono le dimensioni razionale e passionale dell'anima. In altre parole, non avrebbe senso ipotizzare un uomo, per dir così, *non-euclideo*, nel quale le dimensioni razionale e passionale risultassero tra loro immediatamente confrontabili. Occorrerà piuttosto – nel rispetto del quadro che Platone ha rigorosamente evidenziato nel libro IV della *Repubblica* – cercare un fattore che sia in grado di comunicare in qualche modo e con l'una e con l'altra dimensione. Com'è noto, Platone lo individua nello θυμοειδές, l'elemento *emozionale*.[41]

Non è facile rendere efficacemente quel che Platone intende con quest'espressione; ma sicuramente il riferimento allo θυμός dice, non tanto di una funzione settoriale nell'ambito della ψυχή, quanto di una dimensione per cui la ψυχή è capace – se adeguatamente educata – di cogliere il vero emozionalmente: quasi di sentire e di vedere il vero e di aderirvi spontaneamente, reagendo invece polemicamente alla proposta del falso.[42] In tal senso va letta l'insistenza platonica circa la, almeno potenziale, alleanza che viene a prodursi tra il razionale e l'emozionale nella lotta contro il disordine passionale.[43]

---

38 Infatti, nel quadrato massimale, AC sarebbe il doppio di AB. Aristotele considererà l'ipotesi di quadrati con la diagonale commensurabile al lato, in *De coelo*, 218b 5-6. È chiaro, invece, che la grandezza $\sqrt{2}$, in quanto tale, resta incommensurabile anche in situazione non-euclidea.

39 Se il lato del quadrato massimale è 1, il quadrato costruito sulla diagonale sarà 4.

40 Il riferimento è alla interpretazione che Imre Toth dà a *Cratilo*, 436a-e come problematica introduzione alla possibilità di una assiomatica formale (cfr. I. TOTH, *Aristotele,* capp. 8-9).

41 Cfr. PLATONE, *Repubblica*, IV, 441a.

42 «Nell'anima questo terzo principio deve essere l'elemento emozionale, che è alleato della natura razionale, se questa non è corrotta da una cattiva educazione. Sì, è inevitabilmente il terzo - rispose. Certo - soggiunsi -, purché si riveli diverso da quello razionale come si è rivelato diverso da quello passionale. Ma constatare questo non è difficile - disse. Si può osservarlo anche nei bambini, che montano subito in collera, e a me sembra che alcuni non siano mai in possesso della ragione» (cfr. *Ivi*, 441a).

43 «Il sentimento (ὀργή) talvolta lotta contro le passioni *(ἐπιθυμίαι),* perché l'uno è diverso dalle altre... E in molte altre circostanze, quando un uomo è sopraffatto dalle passioni nonostante la ragione, quando si adira contro ciò che gli fa violenza, il sentire (θυμός) di costui non si allea forse, in questa specie di duello, con la ragione?» (cfr. *Ivi*, 440a-b). E ancora: «L'elemento emozionale (θυμοειδές,) ci appare l'opposto di ciò che ci appariva poco fa. Allora infatti pensavamo che fosse qualcosa di passionale *(ἐπιθυμητικόν),* mentre ora siamo ben lontani da una simile affermazione: anzi, al contrario, quando nell'anima c'è rivolta, l'emozionale prende le armi a sostegno del razionale» (cfr. *Ivi*, 440e).

Nel *Fedro* l'immagine della "biga alata" - pur con tutte le cautele del caso[44] - può essere intesa come un'indicazione utile ad approfondire la multidimensionalità dell'anima così com'è introdotta nella *Repubblica.* In particolare, la descrizione del *«cavallo bianco»* - che «ama l'onore insieme alla moderazione e al pudore, è amico della vera opinione, non ha bisogno di frusta», e per guidare il quale «basta l'incitamento verbale *(κελεύσματι μόνον καὶ λόγῳ ἡνιοχεῖται)*»[45] - sembra suggerire l'idea di una dimensione dell'anima che sia in grado di comprendere il linguaggio dell' *auriga,* cioè del giudizio dell'anima razionale, traducendolo in un'azione omogenea e moderatrice rispetto al muoversi scomposto del *cavallo nero:* un'azione, dunque, in tutto analoga a quella propria dell'elemento emozionale. Non tradendo affatto il testo platonico, si può intendere lo *θυμοειδές* ome la capacità di provare emozioni sulla base di immagini, e si può vedere - grecamente - in questa capacità il medio proporzionale tra la dimensione razionale e quella passionale.[46] E la stessa insistenza platonica sulla capacità del *cavallo bianco* di provare pudore *(αἰδώς),* sembra indicare che esso è in grado di cogliere, quasi a occhio nudo, lo svelarsi, non argomentativo ma emozionale, di una verità che esige di essere custodita.

Del resto, più avanti, nel *Timeo,* Platone stesso avrebbe legato la dimensione intermedia dell'anima alla capacità immaginativa. Qui, infatti, da una parte si evidenzia la funzione mediatrice dello *θυμοειδές*, che, «udendo (*κατήκοον)* la ragione, insieme con lei può governare *(κατέχοι)* la stirpe delle passioni, quando questa non vuole

---

[44] Non è facile dire se il mito dell'auriga e dei due cavalli, contenuto nel *Fedro* (cfr. in particolare 253d-254e), sia una ripresa in grande stile della tridimensionalità dell'anima così come è introdotta nel libro IV della *Repubblica*: a questa diffusa interpretazione si potrebbero avanzare delle riserve. Scrive in proposito G. Reale: «Se per quanto concerne il significato dell'auriga non ci sono dubbi, per quanto concerne invece il significato dei due cavalli sorgono molti dubbi. Infatti nel *Timeo* Platone ci dice con chiarezza che anima concupiscibile e anima irascibile sono mortali, mentre i due cavalli del mito del *Fedro* rappresentano proprio la struttura della stessa anima immortale... Probabilmente, con la metafora della biga alata Platone alludeva al paradigma stesso dell'anima, ossia alla sua struttura ideale, di cui le stesse anime mortali, concupiscibile e irascibile, sono esplicazioni nella dimensione del corporeo. A nostro avviso, in ogni caso, per comprendere la struttura del modello dell'anima rappresentato dalla biga alata non si può se non far riferimento alle dottrine non scritte. I due cavalli richiamano la struttura diadica, e la funzione dell'auriga richiama l'armonizzare gli opposti e il far ordine nel disordine» (cfr. G. REALE, *Introduzione*, in PLATONE, *Fedro*, a cura di G. REALE, Rusconi, Milano 1993, p. 25). Potremmo aggiungere che, già nel libro X della *Repubblica* (cfr. 611b-c), Platone mette in dubbio che la articolazione dell'anima umana nelle tre dimensioni - razionale, emozionale, passionale - sia qualcosa di originario e di destinale: e questa sua perplessità gli viene - come sappiamo - dalla convinzione che l'uomo vero coincida con la noeticità allo stato puro. La validità del discorso che stiamo conducendo, resta comunque indipendente dalla convinzione platonica secondo cui l'articolarsi dell'anima sarebbe legato esclusivamente alla sua condizione terrena. Secondo Taylor, Platone ritiene che «nell'uomo che raggiunge la sua salvezza eterna, gli elementi dell'anima *irascibile* e di quella *concupiscibile* sono, per così dire, transustanziati, sublimati nell'intelletto. (Naturalmente questo *intelletto* non è una *fredda e neutra* comprensione della verità, ma è acceso dal fuoco della *passione* intellettuale, è una intelligenza piena di ardore)» (cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, pp. 438-439).

[45] Cfr. PLATONE, *Fedro*, 253d (tr. it. di M. TONDELLI, su testo greco a cura di C. MORESCHINI, Mondadori, Milano 1998).

[46] «La teoria dei medi proporzionali (*τῶν μεσοτήτων)* è necessaria per comprendere gli scritti di Platone» (cfr. THEON DE SMYRNE, *Exposition,* LIV, 15ss).

affatto spontaneamente lasciarsi persuadere dall'ordine e dalla parola che vengono dall'acropoli» dell'anima[47]; dall'altra, però, si precisa che la dimensione passionale dell'anima[48] è particolarmente sensibile ad «immagini e visioni» (*εἴδωλα καὶ φαντάσματα*), e per governarla occorre appunto *spaventarla* oppure *rasserenarla* attraverso quelle.[49]

In generale, la dimensione intermedia dell'anima - che pure ha un suo particolare modo di accedere alla verità - deve anche saper ascoltare ciò che la ragione le suggerisce, per tradurlo poi in un linguaggio che sia persuasivo per la dimensione passionale. Si tratta anche qui, come nel rapporto tra incommensurabili matematici, di mettere in comunicazione ciò che originariamente è incomunicante.

Non si dimentichi al riguardo che, nel linguaggio matematico di Platone, *razionale* e *irrazionale* sono, rispettivamente, *ῥητόν* e *ἄρρητον*[50], dove il primo è ciò che è interno alla dimensione comunicativa, e il secondo è ciò che non lo è. A questa connotazione non è dunque difficile accostare quella dell'*ἐπιθυμητικόν* come un che di estraneo al *λογιστικόν*, non solo nel senso che non ne parla la lingua, ma nel senso che nemmeno è in grado di ascoltarla: si pensi qui al *cavallo nero* del *Fedro*, che è appunto *sordo* (*κωφός*) - tanto che obbedisce di suo solo a frusta e pungoli.[51] E qui il nostro parallelo giunge a compimento, se si considera che gli irrazionali matematici sono normalmente qualificati come *numeri sordi* o *sordomuti* in buona parte della letteratura medievale e moderna - musulmana, ebraica o cristiana -, sviluppatasi sull'argomento.[52]

Così, grazie alla mediazione dello *θυμοειδές*, il rapporto tra le dimensioni platoniche dell'anima può presentarsi come qualcosa di simile ad una proporzione continua.[53] Una proporzione, però, che non è garantita una volta per tutte, ma che va piut-

---

[47] Cfr. PLATONE, *Timeo*, 70a.

[48] Che, nel *Timeo*, è presentata in primo luogo come la zona inferiore dello stesso *θυμοειδές* (cfr. *Ivi*, 70d-72e).

[49] Il creatore dell'anima passionale, «formò il fegato e lo pose nella sede di quella..., affinché in esso la potenza dei pensieri provenienti dalla mente, come in uno specchio che accoglie le impronte e fa vedere le immagini, la spaventasse... Quando invece un soffio di mitezza proveniente dal pensiero disegnasse apparizioni di tipo opposto (*τἀναντία φαντάσματα αποζωγραφοῖ*), tale potenza avrebbe dovuto procurare pace all'amarezza e... rasserenare e tranquillizzare la parte dell'anima che ha sede nel fegato» (cfr. *Ivi*, 71a-d).

[50] In Platone non manca neppure la voce *ἄλογον* - tradotta da Cassiodoro con *inrationale* (cfr. *De artibus et disciplinis liberalium litterarum*, IV) -, voce che è invece tecnica in Euclide.

[51] Cfr. PLATONE, *Fedro*, 253e.

[52] «Nelle traduzioni arabe del Medioevo, al posto dell'espressione greca, si usa la parola *asamm* nel senso di sordo e muto. Nelle traduzioni ebraiche del Medioevo, figura invece l'espressione veterotestamentaria *illem*, nel chiaro senso di muto... Al Biruni, nel suo *Al Tafhin,* caratterizzava i numeri irrazionali... come sordomuti... In Gerardo da Cremona ricorre spesso il vocabolo *surdum*, e dalla letteratura specialistica inglese è stato usato per lunghi secoli come *terminus technicus* per indicare il numero irrazionale *surd*' (cfr. I. TOTH, *Aristotele,* p. 391). Ma l'uso di *sordo* per irrazionale, è anche di altri matematici successivi, tra cui: Fibonacci, Stifel, Leibniz e Newton.

[53] Una proporzione nella quale A/B = B/C. Di queste proporzioni si occupano le definizioni 8 e 9 del libro V degli *Elementi* di Euclide: libro i cui contenuti sono comunemente attribuiti ad Eudosso, celebre collaboratore di Platone nell'Accademia.

tosto ricercata incessantemente, secondo l'indicazione che ci viene dallo stesso Platone: «occorre fare attenzione che i movimenti delle parti dell'anima siano tra loro proporzionati (*πρὸς ἄλληλα συμμέτροι*)».[54]

Non è forse inutile, in proposito, ricordare che nel libro X degli *Elementi* euclidei - tradizionalmente ricondotto a matematici ben noti a Platone, come Teodoro e Teeteto - troviamo un raffinato argomentare intorno alle varie tipologie di lunghezze irrazionali *(mediale, binomiale, apotome),* che è in realtà una circuizione del rapporto tra lato e diagonale del quadrato[55]. In particolare, la *mediale* è proprio la media proporzionale tra due lunghezze commensurabili solo in potenza, quali sono lato e diagonale del quadrato.[56] Essa, dunque, potrebbe rappresentare il corrispettivo matematico della dimensione emozionale dell'anima; tanto più che si tratta di una linea essa stessa *irrazionale,* tale però da consentire il rapportarsi di quelli che rappresentano il razionale e l'irrazionale per antonomasia.

4. OLTRE L'INCOMMENSURABILE

A questo punto, è ben più di una curiosità rilevare che la definizione di proporzione offerta dal libro V di Euclide (cfr. def. 5) - definizione notoriamente eudossiana, e quindi *accademica* -, nasce probabilmente dallo sforzo di abbracciare in sè sia il caso del rapporto tra grandezze commensurabili sia il caso del rapporto tra incommensurabili.

Questa, almeno, è l'interpretazione che ne dà autorevolmente Attilio Frajese: «essa infatti stabilisce che due grandezze, A, B sono nello stesso rapporto di altre due C, D quando, presi in qualunque modo i numeri interi *m*, *n*, e considerati gli equimultipli *m*A, *m*C, della prima e della terza grandezza e gli equimultipli *n*B, *n*D della seconda e della quarta, a seconda che si abbia *m*A maggiore/uguale/minore di *n*B si abbia corrispondentemente *m*C maggiore/uguale/minore di *n*D, corrispondendo il segno *maggiore* al *maggiore*, l'*uguale* all'*uguale*, il *minore* al *minore*: cioè quando tutti i valori approssimati per difetto del rapporto tra le prime due grandezze siano valori approssimati pure per difetto anche del rapporto tra le altre due grandezze, e similmente per i valori approssimati per eccesso. Ciò equivale appunto a dire che due numeri reali sono uguali se determinano la stessa sezione nell'insieme dei numeri razionali».[57] Ora, l'osservazione di Frajese è rilevante proprio perché implica che, dal

---

[54] Cfr. PLATONE, *Timeo*, 90a.

[55] Infatti, *l* e *d* sono due lunghezze commensurabili solo in potenza - come sappiamo -, e l' *apotome* è appunto la linea-differenza tra due lunghezze di questo tipo; e così la *binomiale* è la loro somma (cfr. EUCLIDE, *Gli elementi*, X, 21; 36).

[56] Nel caso canonico, ponendo la mediale come x, avremo: $\sqrt{2} : x = x : 1$; da cui: $x = \sqrt{2}/x$; quindi, $x^2 = \sqrt{2}$; e, infine, $x = \sqrt{\sqrt{2}}$.

[57] Cfr. A. FRAJESE, *Introduzione al libro V,* in EUCLIDE, *Gli elementi*, p. 293. Quella che così Frajese ci offre è una parafrasi della celebre definizione 5 del libro V, sulla quale egli stesso osserva: «si tratta di uguaglianza o di disuguaglianza di rapporti che si riferiscono tanto al caso delle grandezze commensurabili quanto a quello delle grandezze incommensurabili. Anzi, come il lettore potrà vedere..., si coglie quasi una sensazione di sforzo in questo forzato abbinamento dei due casi» (cfr. *Ivi*, p. 294).

punto di vista dei matematici dell'Accademia, si possa proporre una proporzione anche tra valori incommensurabili. In tal senso, venendo al caso dell'anima, la prospettiva di mediazione sopra indicata non risulta, in quanto tale, falsificare il dato di partenza - che sembrava appunto essere quello dell'incommensurabilità tra razionale e passionale.

In fondo, l'orizzonte in cui si colloca una concezione così aperta della proporzione, è quello secondo cui anche i valori irrazionali sono a ben vedere dei numeri. Si tratta, qui, di una concezione di numero che è più ampia di quella pitagorica, e che, meglio che da altri, è stata messa in rilievo da Imre Toth, attraverso uno studio finissimo di quei passi platonici che ne indicano per accenno le coordinate teoriche.

Il riferimento è in particolare a quei passi dei dialoghi del Platone più maturo, nei quali - con chiara allusione alle *dottrine non scritte* - si prospetta la riconduzione dell'*illimite* al *limite,* mediante una *giusta misura.* Si pensi, in primo luogo, al *Politico*, dove lo Straniero di Elea ipotizza che si debba costringere «il più e il meno a divenire commensurabili non solo l'un all'altro, ma anche in relazione alla produzione della giusta misura *(μέτριον)*».[58] Una giusta misura che sembra essere il limite dell'illimitato, cioè il valore - simbolicamente espresso - che costituisce il *limite* (anche nel senso moderno dell'espressione) di quel processo di indefinita approssimazione per eccesso e per difetto in cui si traduce la determinazione pitagorica della misura di una grandezza irrazionale.[59] Ma, già nel *Sofista*, lo Straniero parlava - nei termini tecnici dell'Accademia - di «ciò che non è» come di una «unità», sia pur «inesprimibile a parole» *(ἄλογον),* «indicibile» (*ἄρρητον*) e «impronunciabile» *(ἄφθεγκτον)*[60]; probabilmente alludendo, con questo, proprio al numero irrazionale come limite di convergenza di un processo diadico. Nel *Filebo*, è invece Socrate a parlare di un processo che «fa cessare la reciproca discordanza degli opposti e li rende commensurabili e li armonizza ponendo fra di loro il numero *(ἀριθμόν)*».[61]

Del resto, già Taylor sosteneva che, sia pure in un passo «incerto e probabilmente corrotto»[62] - *Epinomide,* 990c-991b -, Platone presenta forse in assoluto per la prima volta i valori irrazionali come autentici numeri o numeri in sè (*ἀριθμοὶ αὐτοί)*[63], quando invece la tendenza prevalente nella cultura matematica greca era quella di considerare tutt'al più

---

[58] Cfr. PLATONE, *Politico*, 284b-c. Più in generale, cfr. *Ivi*, 283c-284d.

[59] «In questo caso, [2*, 1] rappresenta la giusta misura, *τὸ μέτριον*, della diagonale. È la misura assoluta della diagonale: né maggiore, né minore..., anzi l'esatto in sè, che sta fra i due estremi dell'eccesso e del difetto. E questa misura è risultato di una generazione: una generazione all'essere ... del limite dell'illimitato» (cfr. I. TOTH, *Aristotele,* p. 236).

[60] Cfr. PLATONE, *Sofista*, 239a (testo greco a cura di J. BURNET).

[61] Cfr. ID., *Filebo*, 25d-e (tr. it. di A. ZADRO, su testo greco a cura di J. BURNET). Più in generale, cfr. *Ivi*, 23c-26d.

[62] Cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, p. 774.

[63] Il passo-chiave del brano indicato da Taylor mi pare il seguente: «Appresa la scienza dei numeri in sè, dopo questa se ne deve studiare un'altra, che... viene detta geometria; per natura, infatti, non tutti i numeri sono commensurabili tra loro (*τῶν οὐκ ὄντων δὲ ὁμοίων ἀλλήλοις φύσει ἀριθμῶν);* possono, invece, divenire chiaramente commensurabili quando vengano tradotti in superfici... Alla geometria segue la scienza dei numeri elevati alla terza potenza e resi omogenei alla natura del solido; o meglio la scienza dei numeri non commensurabili fra loro, ma tra i quali si pongon dei rapporti mediante una nuova arte, simile alla precedente: coloro che l'hanno scoperta le han dato il nome di stereometria» (cfr. PLATONE, *Epinomide*, 990d-e: tr. it. di F. ADORNO su testo greco a cura di J. BURNET).

l'esistenza degli irrazionali come di grandezze geometriche (ad esempio, segmenti).[64] Addirittura, Taylor vede in Platone qualcosa della teoria dedekindiana del numero reale come *sezione (Schnitt)* di un *continuum*: in tal senso, il valore della diagonale del quadrato unitario sarebbe il prototipo di un $\alpha(A_1, A_2)$, in cui né il campo A_1 - quello delle frazioni razionali i cui quadrati sono minori di 2 - possiede un massimo, né il campo di A_2 - quello delle frazioni razionali i cui quadrati non sono minori di 2 - possiede un minimo.[65]

Probabilmente la realtà è più articolata. Un primo passo importante è stato quello di Eudosso, il maggior matematico professionista dell'Accademia platonica, il quale ha operato un chiaro superamento della matematica pitagorica, riconoscendo che, ad esempio, la diagonale del quadrato ha, non solo una grandezza, ma anche una sua misura. Infatti, «avere una grandezza significa poter soddisfare le relazioni di *uguale, maggiore, minore*, in riferimento ad un'altra grandezza pre-esistente; e la diagonale è *maggiore* del lato e *minore* del doppio del lato».[66] Lo sforzo accademico è proprio quello di introdurre una considerazione della misura che sia sufficientemente ampia da accogliere in sè anche il caso degli irrazionali, e lo si nota dalla definizione 3 - eudossiana - del libro V di Euclide, secondo la quale il λόγος tra due grandezze (omogenee) è «un certo modo di comportarsi (ποία σχέσις) rispetto alla quantità». Definizione, questa, di cui la successiva (def. 4) è uno sviluppo: «Si dice che hanno fra loro rapporto (λόγος) le grandezze le quali possono, se moltiplicate, superarsi reciprocamente».

Ora, l'importanza di simili truismi sta proprio nel fatto che essi consentono di considerare omogeneamente grandezze commensurabili e incommensurabili. Ma forse le premesse date da Platone alla matematica accademica contenevano *in nuce* sviluppi anche più rivoluzionari di quelli eudossiani. Se, infatti, nella concezione di Eudosso ogni rapporto tra grandezze geometriche corrisponde ad un *logos* matematico, ma non viceversa, la teoria platonica del limite (πέρας) di convergenza della diade illimitata apriva di fatto la prospettiva della esistenza di numeri reali, capaci di individuare comunque una sezione nell'ideale *continuum* geometrico dei numeri.[67]

---

[64] Quest'ultima, del resto, è l'impostazione che ritroviamo nei canonici *Elementi* di Euclide, dove l'irrazionale è linea o superficie.

[65] «Possiamo dunque definire la *radice quadrata di 2* o come questa *sezione* stessa, o, se preferiamo, come il gruppo di *frazioni i cui quadrati sono minori (o, se vogliamo, maggiori) di 2.* Anche in questo caso il concetto di *sezione* di frazioni razionali presenta i caratteri descritti da Platone. Implica una *dualità*, o *grande-e-piccolo,* rappresentata dai due gruppi, dei quali l'uno ha tutti i suoi termini minori, l'altro tutti i suoi termini maggiori di un determinato valore; tale *dualità* è inoltre *indefinita* perché uno dei gruppi manca del termine più alto, l'altro di quello più basso» (cfr. A.E. TAYLOR, *Platone. L'uomo e l'opera*, p. 789). Più precisamente, «le frazioni razionali non sono un *continuum*, ma soddisfano all'unica condizione perché si abbia un *continuum* che fosse nota al tempo di Platone, quella cioè che fra due membri si possa sempre inserire un terzo membro» (cfr. *Ivi*, p. 790). Sulla attribuzione tayloriana a Platone di una embrionale teoria dei numeri reali, cfr. anche *Ivi*, pp. 792-793.

[66] Cfr. I. TOTH, *Aristotele,* p. 235.

[67] «Tutto quello che sappiamo sulla concezione di Platone della diade infinita, dal *Filebo*, dal *Parmenide*, dal *Sofista*, e soprattutto dalle testimonianze di Aristotele sulle sue dottrine non scritte, comunica un'impressione: nelle sue speculazioni, specie con il suo concetto di *misura*, un concetto già molto vicino a quello dei numeri reali, Platone deve aver superato di molto i confini metafisici della geometria del suo tempo, forse avvicinandosi più a Dedekind, che a Eudosso» (cfr. I. TOTH, *Aristotele,* p. 371).

In sintesi, gli sviluppi espliciti di Eudosso-Euclide, combinati con quelli impliciti dello stesso Platone, consentono di dire, anzitutto, che la diagonale del quadrato unitario è minore di 2 e maggiore di 1: dunque, è omogenea ai λόγοι, cioè è essa stessa un λόγος.[68] Inoltre, riprendendo la duplice sequenza convergente cui già sopra più volte si è fatto riferimento, e considerando i valori 1/1; 7/5; 41/29;... (razionali e tutti minori di √2), e i valori... 99/70; 17/12; 3/2 (razionali e tutti maggiori di √2)[69], si può anche dire che «sussiste fra tutti questi commensurabili da una parte, e il segmento non commensurabile 2* dall'altra, un λόγος eudossiano»; nel senso che «il segno reale del punto 2* ricolmo di essere indica nell'insieme dei segmenti pitagorici commensurabili, e quindi razionali, una sezione-Dedekind».[70]

Nei dialoghi del Platone più maturo si insiste sul fatto che il limite e l'illimite possono essere relazionati tra loro, solo se entrambi vengono relazionati anche alla produzione di una giusta misura.[71] Ora, se questa giusta misura – nella metafora matematica – è la proiezione del valore irrazionale della diagonale su quella retta sul cui segmento unitario è costruito il quadrato della diagonale stessa, se dunque tale misura è metaforicamente l'individuazione sulla retta della lunghezza corrispondente alla radice di 2, si può dire anzitutto che in Platone è effettivamente presente l'intuizione della convertibilità reciproca di λόγοι e punti del continuo rettilineo, e che in quest'ultimo possono – per dir così – confrontarsi, pur conservando la propria rispettiva specificità, sia il razionale[72] sia l'irrazionale.[73] Ma soprattutto si può dire che il punto che fa da corrispettivo rettilineo del λόγος irrazionale risulta come l'immagine di quello; l'immagine di un limite: inadeguata, ma non impropria. E, più in generale, è possibile dire che è nell'immaginario del *continuum* rettilineo che risultano confrontabili gli incommensurabili.

Così, fuor di metafora, se la vita buona è quella in cui la passione viene governata in senso *monarchico* (cioè, autorevole e persuasivo) dalla ragione; per quanto una simile vita sia il *limite,* per dir così, di continui processi educativi, essa sarà pure – approssimativamente ma propriamente – resa visibile, amabile e incontrabile dalla presenza stessa dell'*uomo monarchico,* che concretamente la realizza.[74]

5. UNO SCORCIO PROSPETTICO

Abbiamo visto in queste pagine come in Platone sia ben presente - sia pure nel modo a-sistematico che caratterizza i suoi scritti - una dottrina dell'irrazionale; e come egli, insieme ai suoi collaboratori dell'Accademia, sia consapevole della gran-

---

[68] Nel senso che tutti i *logoi* sono relazioni binarie, ma non necessariamente di due numeri pitagorici.

[69] Si tratta di un modo diverso di presentare la stessa sequenza da noi indicata alla nota 22.

[70] Cfr. I. TOTH, *Aristotele,* pp. 357-358.

[71] Cfr. PLATONE, *Politico*, 284b-c.

[72] «Numero rispetto al numero» - nel linguaggio del *Filebo* (cfr. 25a).

[73] «Ciò che è sminuzzato e diviso in piccole parti» e cui pure va attribuito, «per quanto è possibile, il segno caratteristico di una sola natura» (cfr. *Ivi).*

[74] L'immagine di un governo, non dispotico, bensì monarchico del mondo passionale - ripresa poi da Aristotele - è indicata già chiaramente da Platone: «L'uomo migliore e più giusto e più felice è quello sommamente regale (*βασιλικώτατον),* perché regna su se stesso» (cfr. PLATONE, *Repubblica*, IX, 580b-c).

de sfida che è per il pensiero il compito di confrontare in qualche modo l'irrazionale col razionale. Categorie, queste, che l'indole particolare del pensiero platonico e accademico sottrae - come si è visto - ad una rigida rubricazione matematica.

È facile verificare, infatti, come le indicazioni matematiche che Platone ci offre intorno a questi problemi, appartengano a contesti in cui, in linea principale, è in questione l'autenticità della vita dell'uomo: basti pensare al *Filebo* (dove è in discussione una valutazione dei differenti *βίοι)* e al *Politico* (dove è in questione l'arte di ordinare la convivenza umana).[75] E non è inverosimile ipotizzare - come abbiamo fatto fin qui - che la possibilità di mediare, nell'anima, tra l'indicazione razionale del limite (ovvero del fine) e il movimento passionale diadico (che, di suo, non conosce fine alcuno), resti affidata alla dimensione *θυμοειδές*, che è capace di avvertire la verità del giudizio tradotta in immagine, e risulta perciò condizione di possibilità di un autentico *μεταξύ* tra razionale e passionale.

L'esigenza di una simile mediazione, del resto, non è qualcosa di peregrino, ma costituisce piuttosto un elemento costante della riflessione platonica. Essa sembra essere vivamente avvertita già in quei dialoghi nei quali Platone ancora non ha introdotto la articolazione dell'anima che troviamo nella *Repubblica*, e sulla quale ci siamo concentrati in precedenza. Si pensi, al riguardo, al *Fedone*, dove Socrate riconosce che il giudizio appropriato sul destino dell'anima non fornisce ancora sufficiente scorta all'uomo che sa di dover morire, a meno che un «incantesimo quotidiano» non venga operato sul «fanciullino» che è in lui.[76] Ed è chiaro, qui, che la possibilità dell'incantesimo in questione non è affidata semplicemente al giudizio che consegue ad una argomentazione, ma piuttosto al giudizio incarnato in qualche figura esemplare e persuasiva.

Lo stesso problema del *Fedone* è presente nel *Protagora*, là dove Socrate parla di una *forza delle apparenze* (*τοῦ φαινομένου δύναμις*), cui la *μετρητική* dovrebbe togliere autorità in materia di giudizio.[77] Ora, è chiaro che questa particolare *τέχνη* non potrà semplicemente consistere nella individuazione del limite cui gli eccessi e i difetti passionali sono comunque orientati come a loro *telos,* ma dovrà anche consistere nella capacità di persuadere il mondo passionale a lasciarsi condurre verso questo *telos,* che andrà inevitabilmente tradotto in una concreta immagine di vita. In una attività mediatrice, legata al potere dell'immaginario, sembra del resto concretarsi la possibilità stessa di un lavoro educativo, condotto su se stessi e sugli altri.

---

[75] Ma pensiamo anche al *Protagora*, dove - non va dimenticato - la possibilità di una vita veramente umana viene affidata proprio ad una *μετρετική*, la cui autentica connotazione viene però rinviata ad altra sede: come a dire che essa non va confusa con un banale calcolo dei piaceri quale quello che, nel dialogo con Protagora, Socrate ha ironicamente prospettato (cfr. PLATONE, *Protagora*, 356d-357d - testo greco a cura di J. BURNET).

[76] Cfr. PLATONE, *Fedone*, 77d-78b; testo greco a cura di G. REALE (da J. BURNET e L. ROBIN).

[77] Cfr. ID., *Protagora*, 356d.

E proprio nel testo delle *Leggi*, dal quale avevamo preso le mosse, Platone fa appunto consistere la *παιδεία* in una formazione dei sentimenti, che deve precedere lo stesso sviluppo dispiegato dell'attività razionale, e che deve essere condotta in modo da risultare concorde col giudizio della ragione (*συμφωνεῖν τῷ λόγῳ*).

Ecco, per concludere, le parole stesse dell'Ospite Ateniese: «Il piacere e l'amore e il dolore e l'avversione quando ineriscono rettamente all'anima di chi non sa coglierli col discorso, così che armonizzeranno poi al discorso (*λόγος*) di chi a ragionare avrà imparato, in relazione all'essere stati correttamente assuefatti, derivanti dai convenienti costumi, e tutta insieme questa piena armonia, è virtù. Ora, qualora tu distingua... quello che è il primo giusto orientamento del piacere e del dolore, tale che si abbia avversione per ciò che bisogna odiare, subito dal primo all'ultimo giorno di vita, ed amore per ciò che bisogna amare e chiamando ciò *educazione,* tu diresti bene».[78]

Riassunto

Lo studio del rapporto tra grandezze incommensurabili rappresenta per Platone un modo privilegiato per comprendere il rapporto tra la dimensione "razionale" (*τὸ λογιστικόν*) e quella "passionale" (*τὸ ἐπιθυμητικόν*) dell'anima. In particolare, Platone è alla ricerca di un fattore aritmetico o geometrico di commensurabilità tra lato e diagonale del quadrato. In realtà per rendere commensurabili il lato e la diagonale occorrerebbe mutare i presupposti geometrici, ipotizzando, ad esempio, un quadrato "non euclideo". Ma quello che è possibile per la realtà geometrica, non lo è per la realtà umana.

Del resto, nell'anima umana un fattore di commensurabilità tra il razionale e il passionale è originariamente operante. Platone lo chiama lo *θυμοειδές*) l'elemento "emozionale". Esso può essere mediatore tra il razionale e il passionale, come la linea "mediale" può fare da medio proporzionale tra le lunghezze incommensurabili. Ma il progetto di Platone è anche più ambizios: egli vuole rendere omogenei i valori irrazionali ai razionali, trattando i primi come casi-limite di numero, ovvero come numeri che sono immagine di un limite di approssimazione. Questo è metafora del lavoro educativo. Infatti, la vita buona - in cui il passionale è ordinato dal razionale - deve essere proposta allo *θυμοειδές* attraverso un esempio, cioè un immagine concreta da seguire.

[78] Cfr. PLATONE, *Leggi*, II, 653b-c.

Summary

The study of the ratio between two incommensurable quantities means to Plato a privileged way to understand what kind of relation there is between the rational dimension *(τὸ λογιστικόν)* and the passional one *(τὸ ἐπιθυμητικόν)* in the human soul. In particular, Plato's in search of an arithmetical or geometrical factor which makes mutually commensurable the side and the diagonal of the square. Really, to make mutually commensurable the side and the diagonal it's necessary to change geometrical axioms and assume, for instance, a "non-euclidean" square. But what's possible for geometry, it isn't possible for the human reality. Howewer, a commensurability factor is originally operating between the rational element and the passional one in the human soul. Plato calls it *τό θυμοειδές:* the emotional element. It can be a mediator between the rational element and the passional one, as the "medial" line can act as a proportional mean between two incommesurable lenghts. But Plato's plan is still more ambitious: he intends to homogenize the irrational values to the rational ones, and trats those as extreme cases of number, or as numbers which are image of an approximation limit. This is a metaphor of educational work. In fact, the good life - in which the passional element is directed by the rational one - has to be proposed to the emotional element by means of an example, that is an actual image to follow.